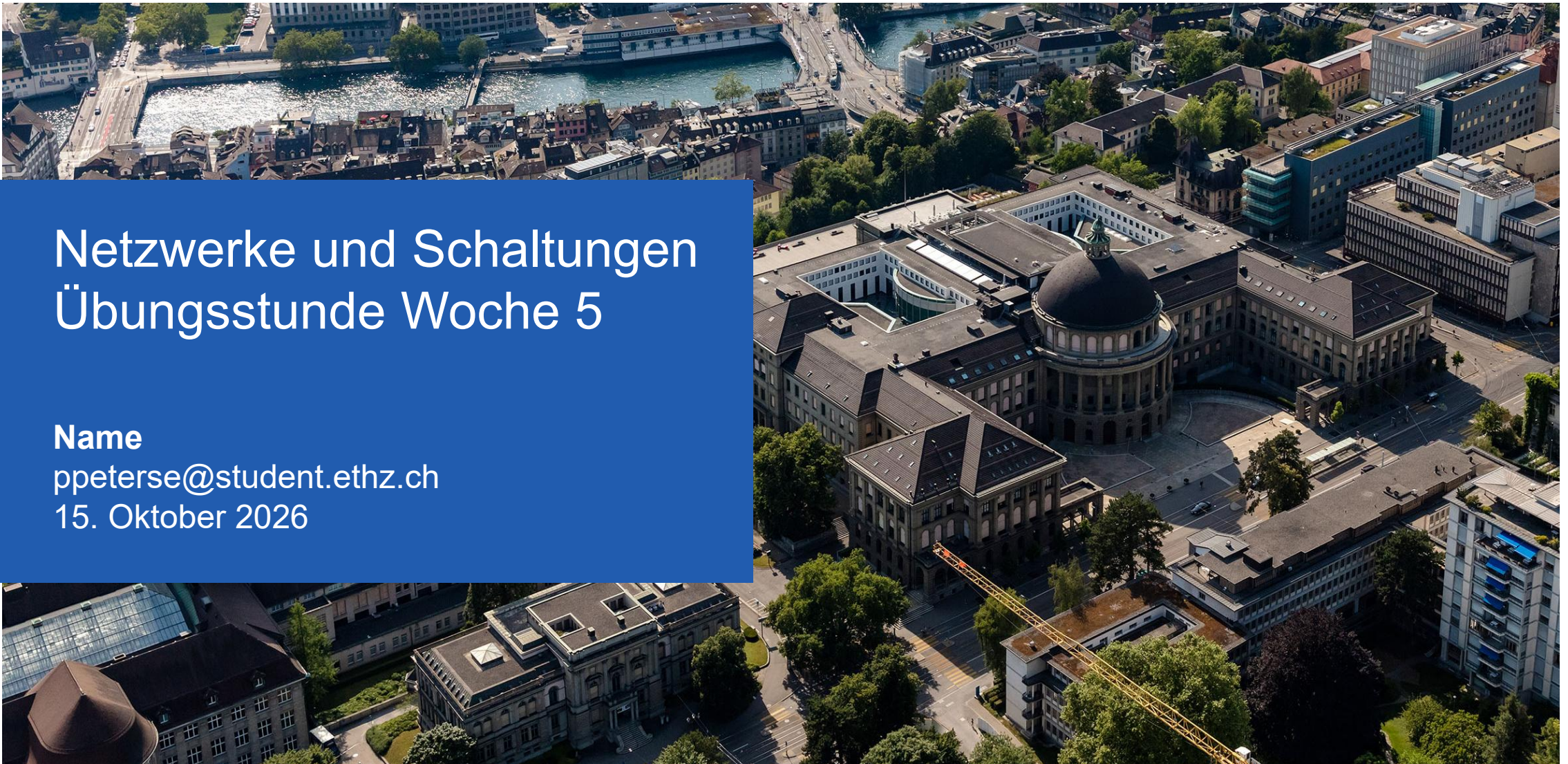


Netzwerke und Schaltungen Übungsstunde Woche 5

Name

ppeterse@student.ethz.ch

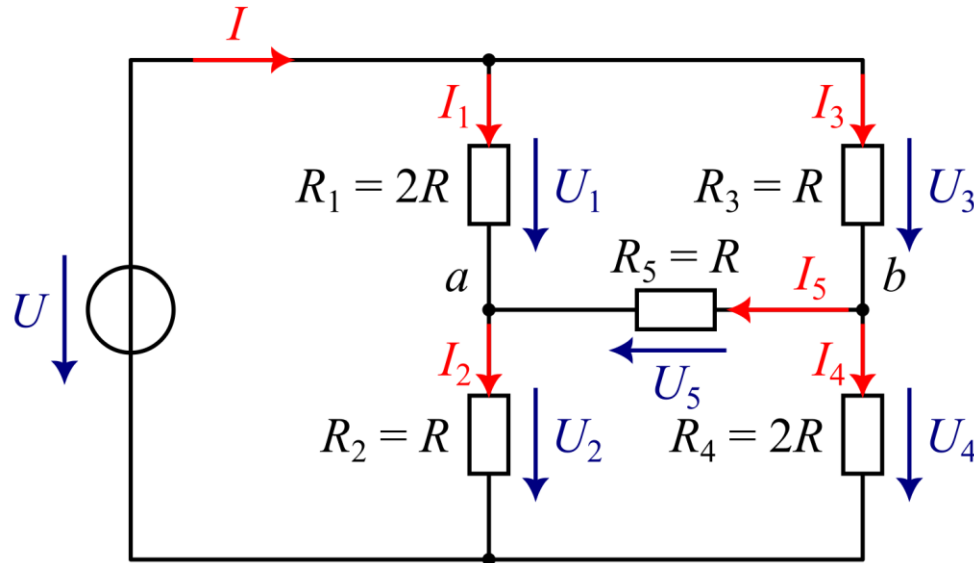
15. Oktober 2026



Beispiel 1.1 – Kirchhoff'sche Gleichungen – Lösung

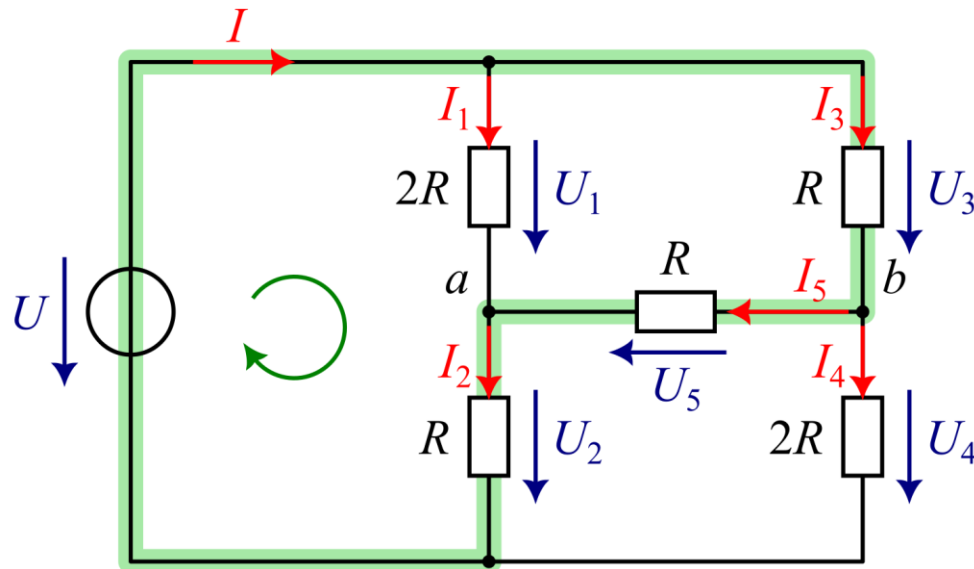
Schlüsselkonzepte

Kirchhoff'sche Gleichungen (Kap. 3.4)



- Quelle (Generatorzählpfeilsystem): I zeigt durch die Quelle entgegen U , d.h. I tritt oben aus der Quelle aus.
- Widerstände (Verbraucherzählpfeilsystem): U_k und I_k zeigen am Widerstand R_k in dieselbe Richtung.
- Im Widerstand fließt der Strom vom höheren zum tieferen Potential: $I_1 \dots I_4$ zeigen nach unten.
- Brücke: Ohne den mittleren Widerstand wäre $\varphi_a = \frac{U}{3}$ und $\varphi_b = \frac{2U}{3}$ (Bezug: unterster Knoten).
- $\Rightarrow \varphi_b > \varphi_a$: I_5 und U_5 zeigen von b nach a .

Beispiel 1.2 – Kirchhoff'sche Gleichungen – Lösung



Schlüsselkonzepte

Kirchhoff'sche Gleichungen (Kap. 3.4)

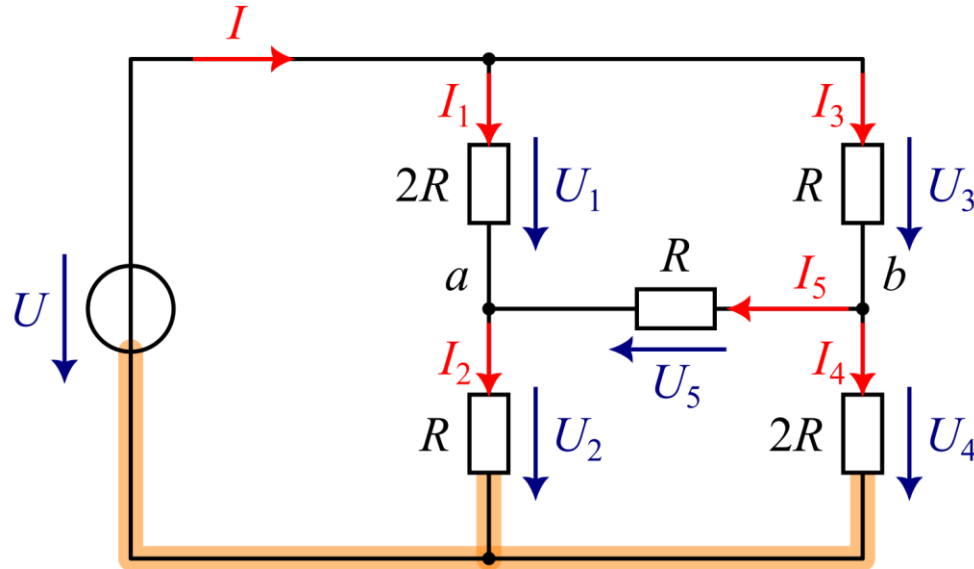
- Masche: Quelle $\rightarrow$ R rechts oben $\rightarrow$ Brücke $\rightarrow$ R Mitte unten $\rightarrow$ zurück zur Quelle
- Umlaufsinn wählen (hier im Uhrzeigersinn): Spannungen in Umlaufrichtung positiv, entgegen der Umlaufrichtung negativ.

$$\begin{aligned} -U + U_3 + U_5 + U_2 &= 0 \\ \Rightarrow U &= U_2 + U_3 + U_5 \end{aligned}$$

Beispiel 1.3 – Kirchhoff'sche Gleichungen – Lösung

Schlüsselkonzepte

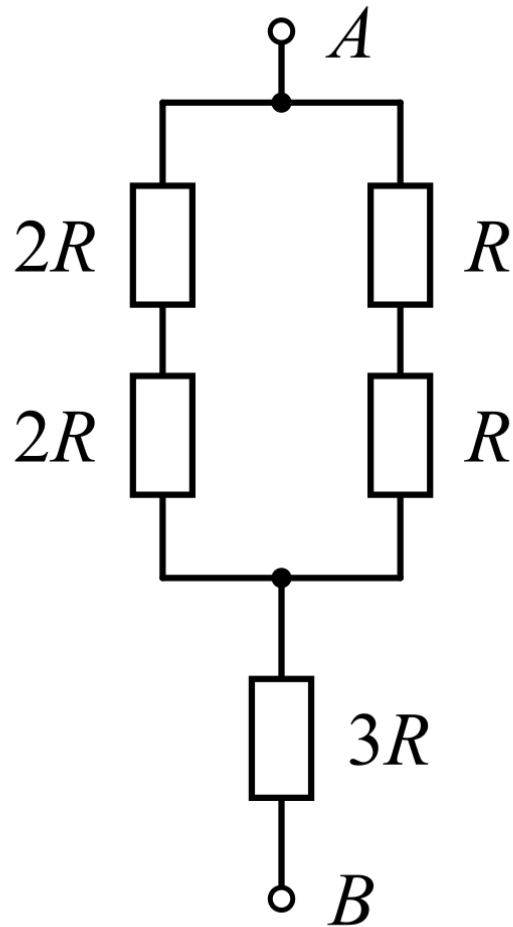
Kirchhoff'sche Gleichungen (Kap. 3.4)



- Der unterste Knoten umfasst die ganze untere Leitung (alle Punkte haben dasselbe Potential).
- Zufließende Ströme: I_2 und I_4 . Abfließender Strom: I (zurück in die Quelle).
- Summe der zufließenden Ströme = Summe der abfließenden Ströme:

$$\begin{aligned} I_2 + I_4 &= I \\ \Leftrightarrow I_2 + I_4 - I &= 0 \end{aligned}$$

Beispiel 2.1 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung



Schlüsselkonzepte

Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5)

Links: $2R$ und $2R$ in Serie, rechts: R und R in Serie. Die beiden Zweige sind parallel, dazu $3R$ in Serie:

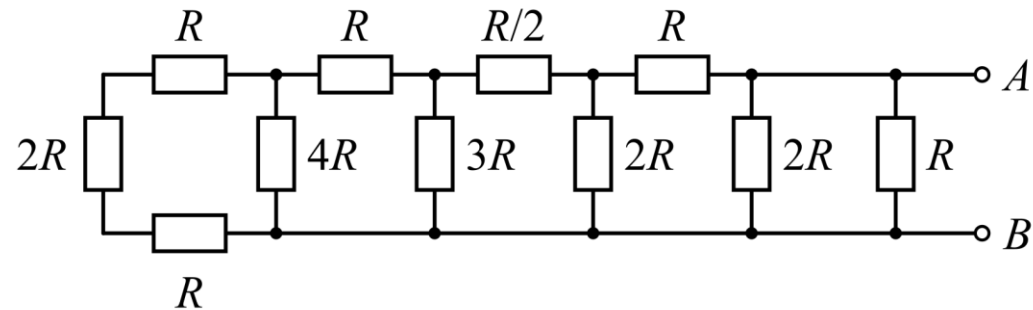
$$\begin{aligned} R_{AB} &= ((2R + 2R) \parallel (R + R)) + 3R \\ &= (4R \parallel 2R) + 3R \end{aligned}$$

Parallelschaltung zweier Widerstände: $R_a \parallel R_b = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b}$

$$\begin{aligned} &= \frac{4R \cdot 2R}{4R + 2R} + 3R \\ &= \frac{8R^2}{6R} + 3R \\ &= \frac{4}{3}R + \frac{9}{3}R \\ &= \frac{13}{3}R \end{aligned}$$

Beispiel 2.2 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung (1/9)

Original:



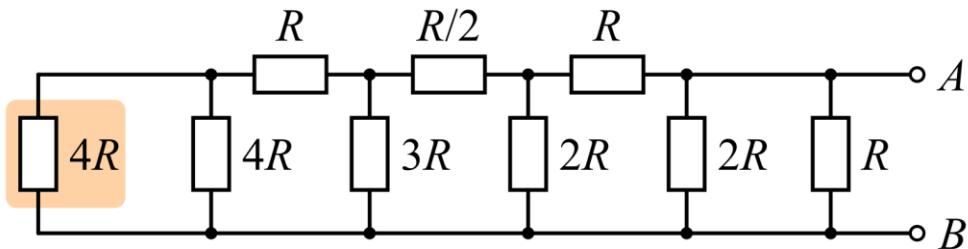
Schlüsselkonzepte

Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5, S. 125–126)

Schritt 1: Auf der Seite beginnen, die den Klemmen gegenüberliegt: R, 2R und R ganz links sind in Serie (vom gleichen Strom durchflossen).

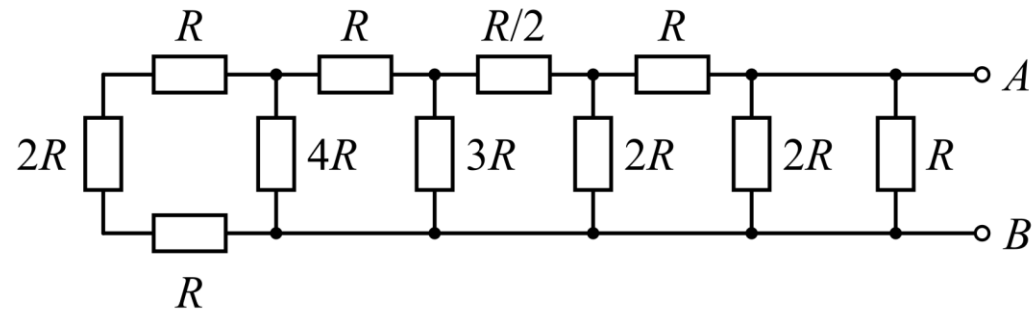
$$R + 2R + R = 4R$$

Nach Schritt 1:

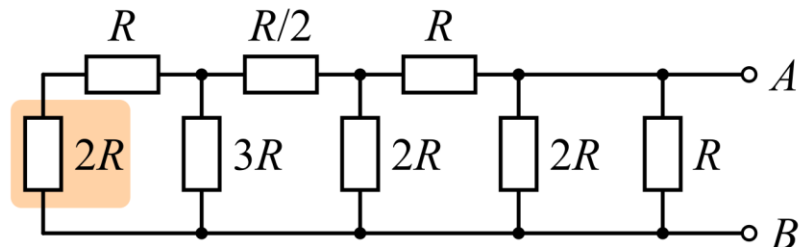


Beispiel 2.2 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung (2/9)

Original:



Nach Schritt 2:



Schlüsselkonzepte

Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5, S. 125–126)

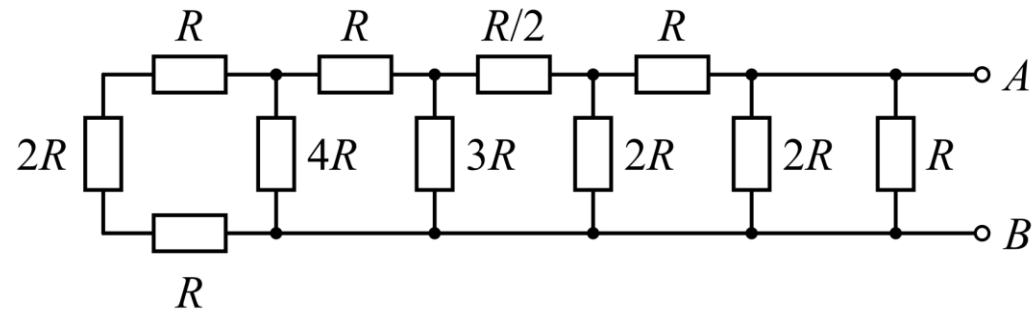
Schritt 2: Die beiden Widerstände $4R$ sind parallel (gleiche Spannung).

$$\begin{aligned} 4R \parallel 4R &= \frac{4R \cdot 4R}{4R + 4R} \\ &= \frac{16R^2}{8R} = 2R \end{aligned}$$

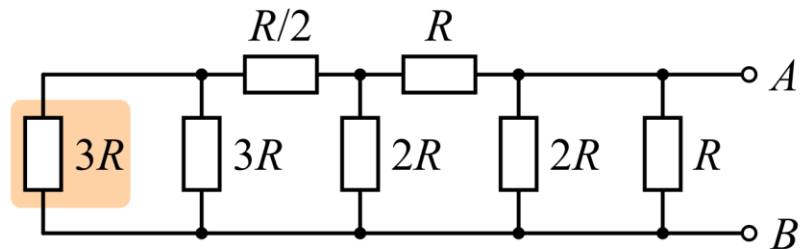
Zwei gleiche Widerstände parallel ergeben den halben Wert.

Beispiel 2.2 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung (3/9)

Original:



Nach Schritt 3:



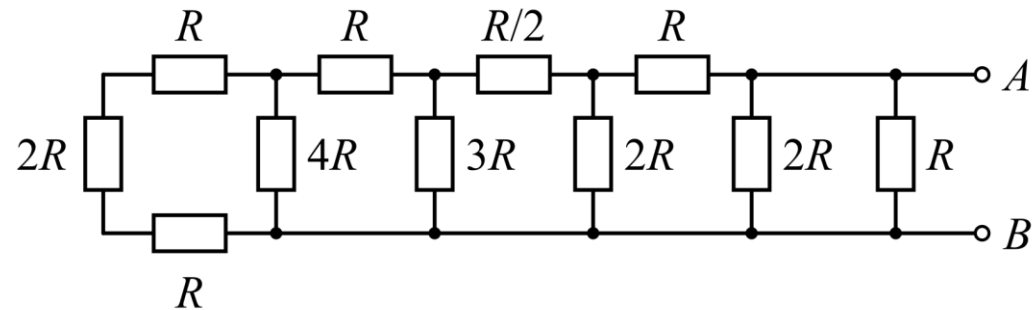
Schlüsselkonzepte

Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5, S. 125–126)

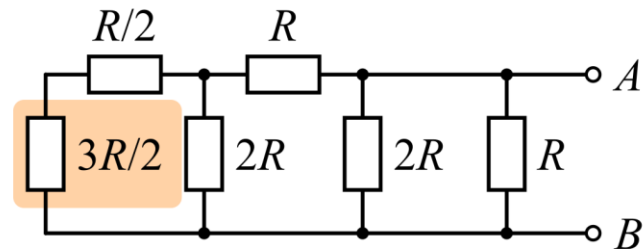
Schritt 3: $2R$ und der obere Widerstand R sind in Serie.
 $2R + R = 3R$

Beispiel 2.2 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung (4/9)

Original:



Nach Schritt 4:



Schlüsselkonzepte

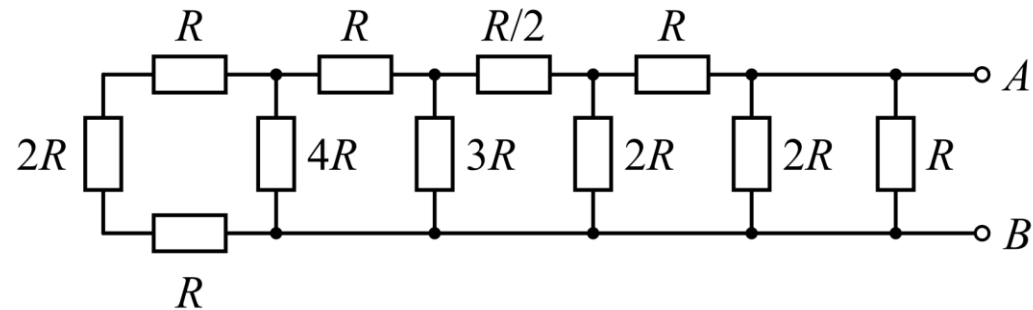
Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5, S. 125–126)

Schritt 4: 3R und 3R sind parallel.

$$\begin{aligned} 3R \parallel 3R &= \frac{3R \cdot 3R}{3R + 3R} \\ &= \frac{9R^2}{6R} = \frac{3}{2}R \end{aligned}$$

Beispiel 2.2 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung (5/9)

Original:



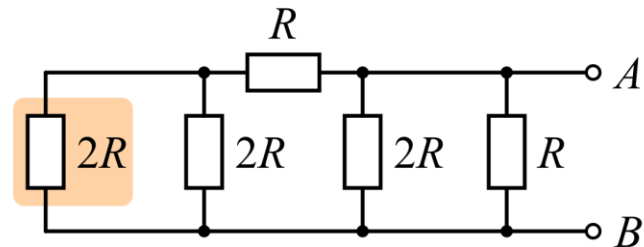
Schlüsselkonzepte

Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5, S. 125–126)

Schritt 5: $\frac{3}{2}R$ und der obere Widerstand $\frac{R}{2}$ sind in Serie.

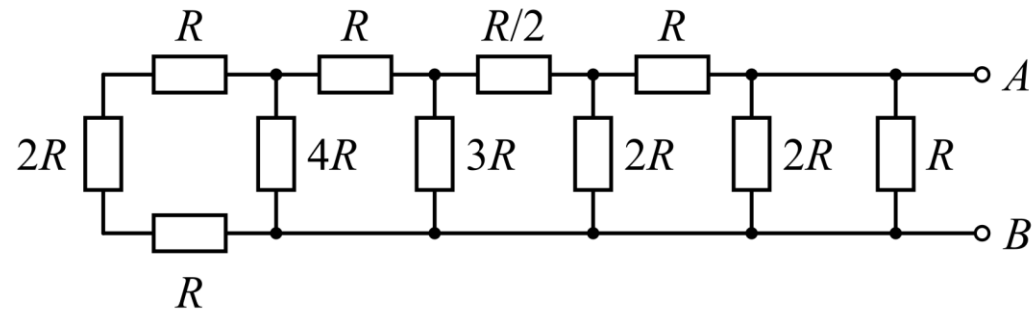
$$\frac{3}{2}R + \frac{R}{2} = \frac{4}{2}R = 2R$$

Nach Schritt 5:

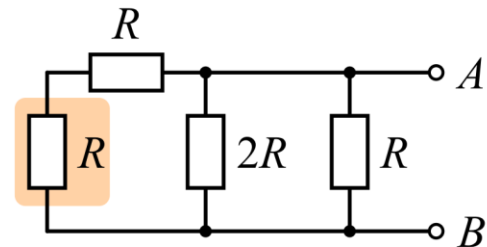


Beispiel 2.2 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung (6/9)

Original:



Nach Schritt 6:



Schlüsselkonzepte

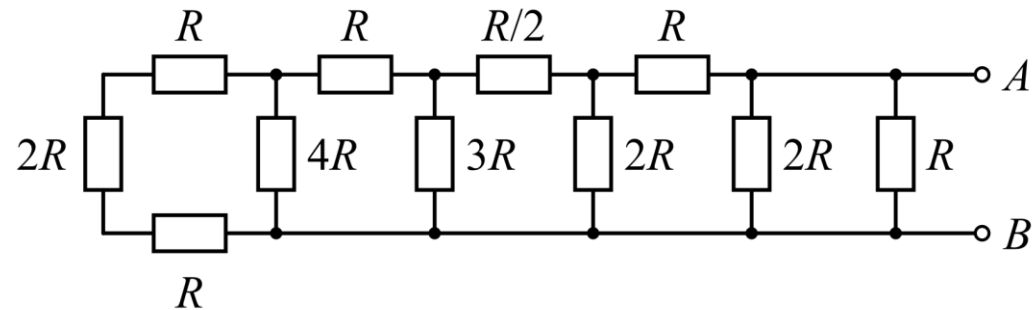
Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5, S. 125–126)

Schritt 6: 2R und 2R sind parallel.

$$\begin{aligned} 2R \parallel 2R &= \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} \\ &= \frac{4R^2}{4R} = R \end{aligned}$$

Beispiel 2.2 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung (7/9)

Original:



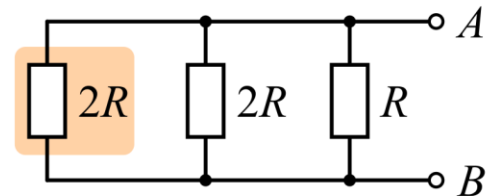
Schlüsselkonzepte

Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5, S. 125–126)

Schritt 7: R und der obere Widerstand R sind in Serie.

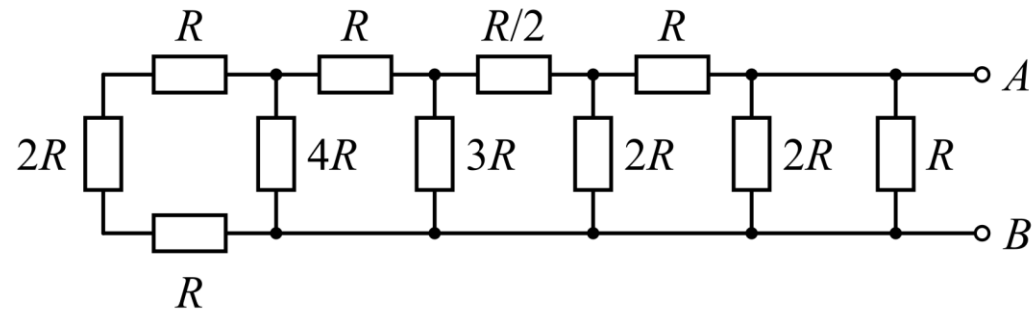
$$R + R = 2R$$

Nach Schritt 7:

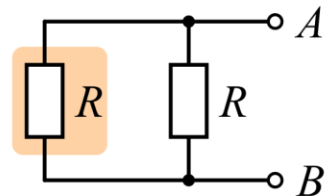


Beispiel 2.2 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung (8/9)

Original:



Nach Schritt 8:



Schlüsselkonzepte

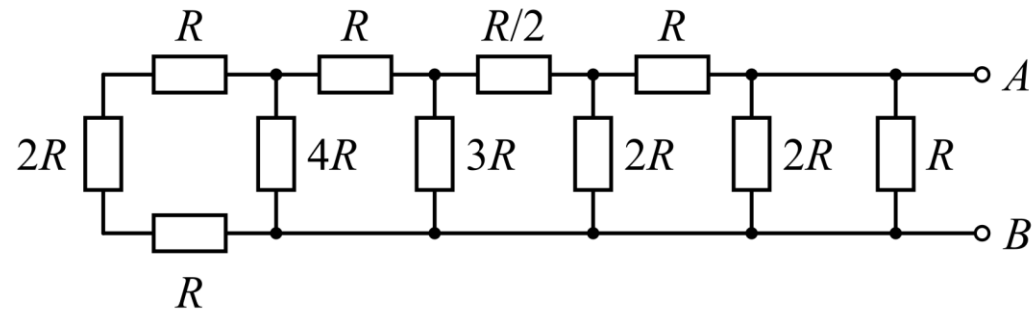
Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5, S. 125–126)

Schritt 8: 2R und 2R sind parallel.

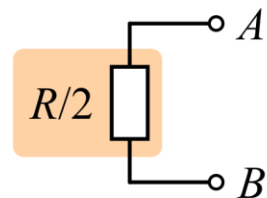
$$\begin{aligned} 2R \parallel 2R &= \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} \\ &= \frac{4R^2}{4R} = R \end{aligned}$$

Beispiel 2.2 – Einfache Widerstandsnetzwerke – Lösung (9/9)

Original:



Nach Schritt 9:



Schlüsselkonzepte

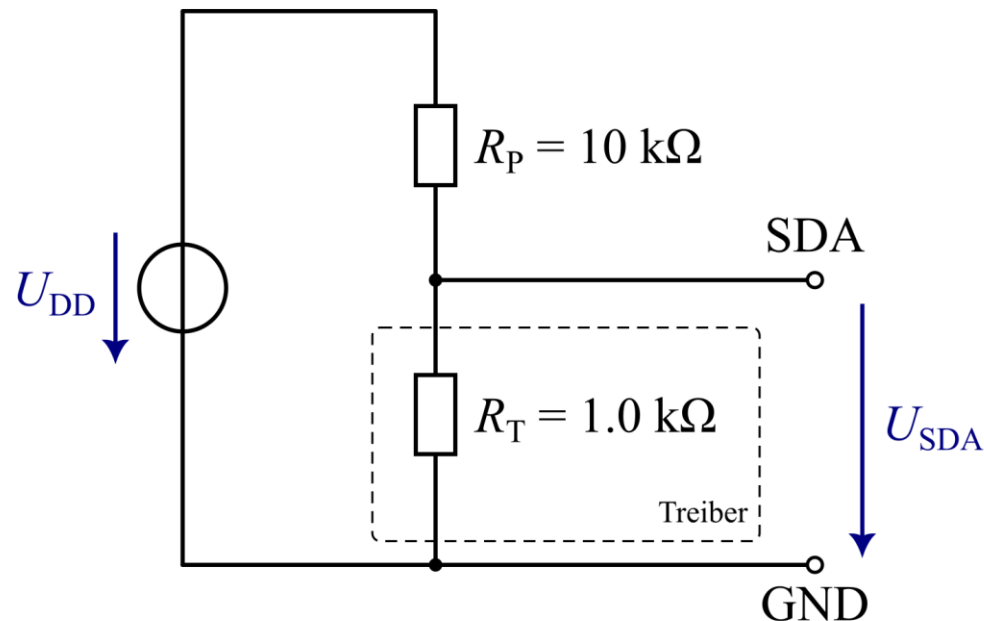
Einfache Widerstandsnetzwerke (Kap. 3.5, S. 125–126)

Schritt 9: Die letzten beiden Widerstände R und R sind parallel.

$$\begin{aligned} R \parallel R &= \frac{R \cdot R}{R + R} \\ &= \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2} \end{aligned}$$

Zwischen den Klemmen bleibt ein einziger Widerstand übrig: $R_{AB} = \frac{R}{2}$

Beispiel 3 – Spannungsteiler – Lösung



Schlüsselkonzepte

Spannungs- und Stromteiler (Kap. 3.5.1 und 3.5.4)

- Die Eingänge der Busteilnehmer sind hochohmig: Über SDA fließt kein Strom ab. $\Rightarrow$ unbelasteter Spannungsteiler
- Die Spannungen verhalten sich wie die Widerstände:

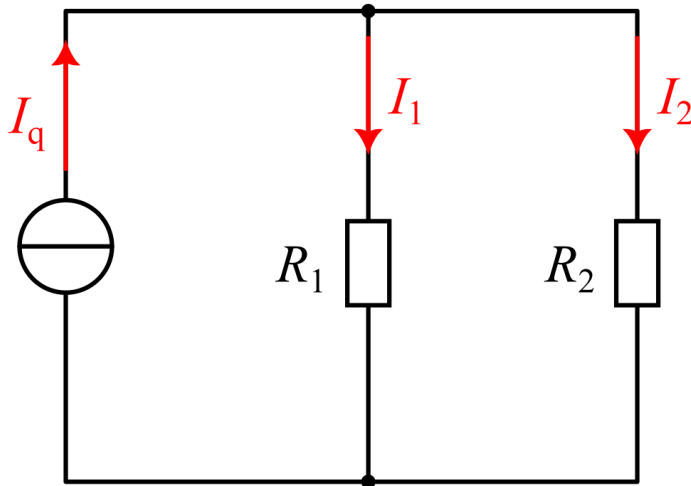
$$\frac{U_{SDA}}{U_{DD}} = \frac{R_T}{R_P + R_T}$$
$$U_{SDA} = 3.3 \text{ V} \cdot \frac{1.0 \text{ k}\Omega}{11 \text{ k}\Omega} \approx 0.30 \text{ V}$$

- $\Rightarrow$ Die Leitung liegt nahe bei 0 V: logisch 0 (LOW).

Wie ist die Spannung U_{SDA} bei $R_T \rightarrow \infty$?

- Treiber gesperrt ($R_T \rightarrow \infty$): $U_{SDA} = U_{DD} = 3.3 \text{ V}$, d.h. logisch 1 (HIGH).

Beispiel 4 – Stromteiler – Lösung



Schlüsselkonzepte

Spannungs- und Stromteiler (Kap. 3.5.1 und 3.5.4)

- Stromteiler: Die Teilströme verhalten sich wie die Leitwerte:

$$\frac{I_1}{I_q} = \frac{G_1}{G_1 + G_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = 5.0 \text{ A} \cdot \frac{1.0 \, \Omega}{5.0 \, \Omega} = 1.0 \text{ A}$$

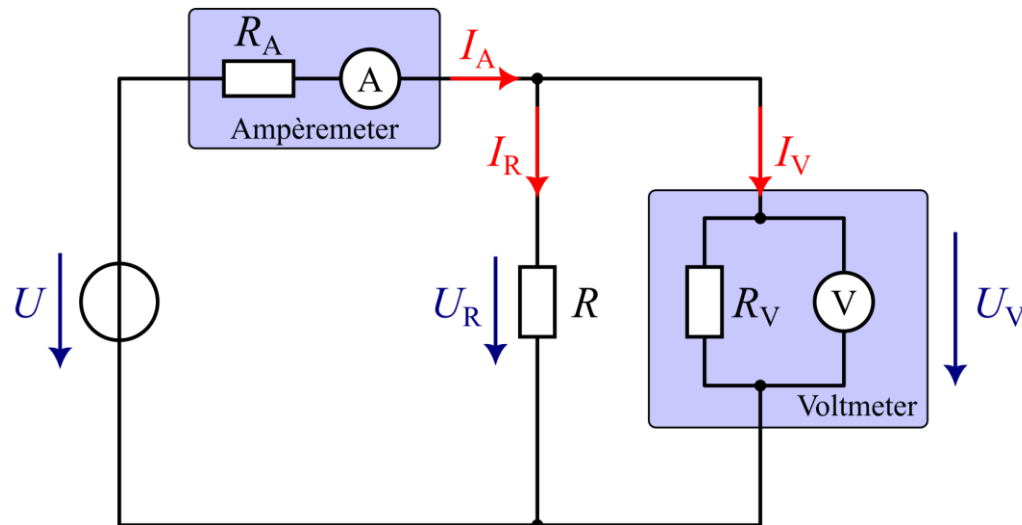
$$I_2 = 5.0 \text{ A} \cdot \frac{4.0 \, \Omega}{5.0 \, \Omega} = 4.0 \text{ A}$$

- Der grössere Strom fliesst durch den kleineren Widerstand.

Beispiel 5.1 – Spannungsrichtige Widerstandsmessung – Lösung

Schlüsselkonzepte

Strom- oder spannungsrichtige Widerstandsmessung
(Kap. 3.5.6)



- Voltmeter misst $U_V = U_R$ (Spannung richtig),
Ampèremeter misst $I_A = I_R + I_V$.

$$R \parallel R_V = \frac{R R_V}{R + R_V} \\ = \frac{1.000 \text{ k}\Omega \cdot 50.00 \text{ k}\Omega}{1.000 \text{ k}\Omega + 50.00 \text{ k}\Omega} \approx 980.4 \text{ }\Omega$$

$$I_A = \frac{U}{R_A + R \parallel R_V} \approx 0.1019 \text{ A}$$

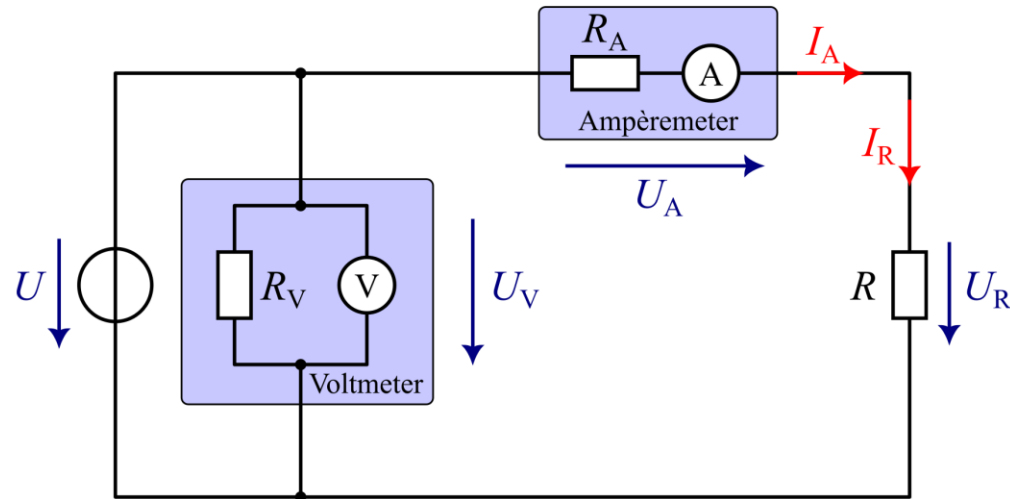
$$U_V = I_A \cdot (R \parallel R_V) \approx 99.90 \text{ V}$$

$$R_{\text{mess}} = \frac{U_V}{I_A} = R \parallel R_V \approx 980.4 \text{ }\Omega$$

- Relativer Fehler: $\frac{R_{\text{mess}} - R}{R} \approx -1.961 \text{ \%}$ (wegen I_V)

Mit ungerundeten Zwischenergebnissen weiterrechnen!

Beispiel 5.2 – Stromrichtige Widerstandsmessung – Lösung



Schlüsselkonzepte

Strom- oder spannungsrichtige Widerstandsmessung
(Kap. 3.5.6)

- Ampèremeter misst $I_A = I_R$ (Strom richtig), Voltmeter misst $U_V = U_A + U_R$.

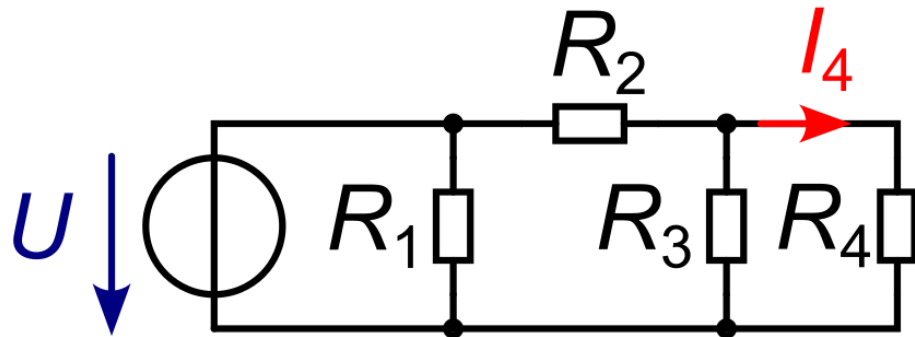
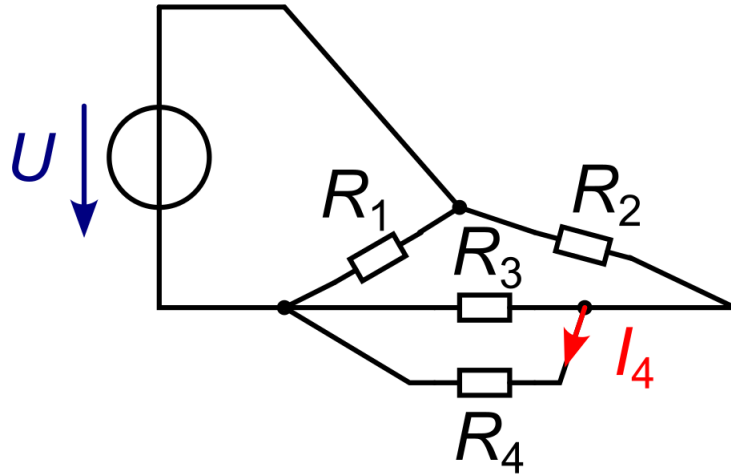
$$I_A = \frac{U}{R_A + R} = \frac{100.0 \text{ V}}{1.000 \Omega + 1.000 \text{ k}\Omega} \approx 0.09990 \text{ A}$$

$$U_V = U = 100.0 \text{ V}$$

$$R_{\text{mess}} = \frac{U_V}{I_A} = R_A + R = 1001 \Omega$$

- Relativer Fehler: +0.1000 % (zu gross, wegen U_A)
- Spannungsrichtig (5.1): gut für kleine Widerstände ($R \ll R_V$)
- Stromrichtig (5.2): gut für grosse Widerstände ($R \gg R_A$)

Beispiel 6 – Netzwerkanalyse – Lösung



Lernziel

Die Kirchhoff'schen Gleichungen anwenden

- Knoten identifizieren und das Netzwerk übersichtlicher zeichnen (unten links).
- R_1 liegt direkt parallel zur idealen Spannungsquelle $\Rightarrow$ kein Einfluss auf I_4 .
- Strom durch R_2 (in Serie mit $R_3 \parallel R_4$):

$$I_2 = \frac{U}{R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}$$

- Stromteiler an $R_3 \parallel R_4$:

$$I_4 = I_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = \frac{U R_3}{R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4}$$